

微分方程的主要类型和解法列举如下:

# 1阶常微分方程

1) 变量分离形  $\frac{dy}{dx} = f(x)g(y)$ , 变形为  $\frac{1}{g(y)}dy = f(x)dx$  一般解形式  
为  $\int \frac{dy}{g(y)} = \int f(x)dx + C$  同次形, 具体又分为3种情况 [1]  
 $\frac{dy}{dx} = f(\frac{dy}{dx})$ , 则令  $\frac{y}{x} = u$ , 将y消掉, 改为u和x的微分方程  
 $\frac{du}{dx} = \frac{1}{x}(f(u)-u)$  [2]  $\frac{dy}{dx} = f(\frac{ax+by+c}{x})$   $\quad (a'b \neq ab')$ , 令  $x=X+x_0, y=Y+y_0$  然后根据  $a'x_0+by_0+c=0, ax_0+by_0+c=0$  配凑出对应的X和Y, 将方程改造成[1]的样式  $\frac{dy}{dx} = f(\frac{a'X+b'Y}{x})$  [3]  
 $\frac{dy}{dx} = f(\frac{k(ax+by)+c'}{ax+by+c})$ , 令  $ax+by=u$ , 然后用变量分离得到  
 $\frac{du}{dx} = a+bf(\frac{ku+c'}{u+c})$  [4] 3) 线形  $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$  方程的一般解  
为:  $y = e^{\{-\int P(x)dx\}} \cdot \int Q(x)e^{\{\int P(x)dx\}}dx + C$  4) 伯努利形  
 $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)y^n$  ( $n \neq 0, 1$ ) 令  $z = y^{1-n}$  则有  $\frac{dz}{dx} + (1-n)P(x)z = (1-n)Q(x)$  再参考3)线形方式求解即可 5) Riccati方程  $\frac{dy}{dx} = P(x) + Q(x)y + R(x)y^2$  如果知道一个特解  $y_1$  的话, 令  $y = z + y_1$  参考伯努利形式, 得到  $\frac{dz}{dx} = \{Q(x) + 2R(x)y_1\}z + R(x)z^2$

From:  
<https://trident365.com/> - 三叉戟

Permanent link:  
<https://trident365.com/doku.php?id=areas:%E5%A4%A7%E5%AD%A6%E9%99%A2:%E5%BE%AE%E5%88%86%E6%96%B9%E7%A8%8B>

Last update: 2025/01/18 19:44

