

微分方程的主要类型和解法列举如下:

1阶常微分方程

1) 变量分离形 $\frac{dy}{dx}=f(x)g(y)$, 变形为 $\frac{1}{g(y)}dy=f(x)dx$ 一般解形式为 $\int \frac{dy}{g(y)} = \int f(x)dx + C$ 2) 同次形, 具体又分为3种情况 [1] $\frac{dy}{dx}=f(\frac{y}{x})$, 则令 $\frac{y}{x}=u$, 将y消掉, 改为u和x的微分方程 $\frac{du}{dx}=\frac{1}{x}(f(u)-u)$ [2] $\frac{dy}{dx}=f(\frac{a'x+b'y+c'}{ax+by+c})$ (a'b'≠ ab'), 令 $x=X+x_0, y=Y+y_0$ 然后根据 $a'x_0+b'y_0+c'=0, ax_0+by_0+c=0$ 配凑出对应的X和Y, 将方程改造成[1]的样式 $\frac{dY}{dX}=f(\frac{a'X+b'Y}{aX+bY})$ [3] $\frac{dy}{dx}=f(\frac{k(ax+by)+c'}{ax+by+c})$, 令 $ax+by=u$, 然后用变量分离得到 $\frac{du}{dx}=a+bf(\frac{ku+c'}{u+c})$ 3) 线形 $\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$ 方程的一般解为: $y=e^{-\int P(x)dx} \{ \int Q(x)e^{\int P(x)dx} dx + C \}$ 4) 伯努利形 $\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)y^n$ (n≠ 0, 1) 令 $z=y^{1-n}$ 则有 $\frac{dz}{dx}+(1-n)P(x)z=(1-n)Q(x)$ 再参考3)线形方式求解即可 5) Riccati方程 $\frac{dy}{dx}=P(x)+Q(x)y+R(x)y^2$ 如果知道一个特解 y_1 的话, 令 $y=z+y_1$ 参考伯努利形式, 得到 $\frac{dz}{dx}=\{Q(x)+2R(x)y_1\}z+R(x)z^2$

From:
<https://trident365.com/> - 三叉戟

Permanent link:
<https://trident365.com/doku.php?id=areas:%E5%A4%A7%E5%AD%A6%E9%99%A2:%E5%BE%AE%E5%88%86%E6%96%B9%E7%A8%8B>

Last update: 2025/01/18 19:44

