微分方程的主要类型和解法列举如下:

1阶常微分方程

1) 变量分离形 $\dfrac{dy}{dx}=f(x)g(y)$,变形为$\dfrac{1}{g(y)}dy=f(x)dx$ 一般解形式为$\int\dfrac{dy}{g(y)}=\int f(x)dx+C$ 2) 同次形,具体又分为3种情况 [1] $\dfrac{dy}{dx}=f(\dfrac{dy}{dx})$,则令$\dfrac{y}{x}=u$,将y消掉,改为u和x的微分方程 $\dfrac{du}{dx}=\dfrac{1}{x}(f(u)-u)$ [2] $\dfrac{dy}{dx}=f(\dfrac{a'x+b'y+c'}{ax+by+c}) \quad (a'b\neq ab')$, 令$x=X+x_0, y=Y+y_0$ 然后根据$a'x_0+b'y_0+c=0,ax_0+by_0+c=0)$配凑出对应的X和Y,将方程改造成[1]的样式 $\dfrac{dY}{dX}=f(\dfrac{a'X+b'Y}{aX+bY})$ [3] $\dfrac{dy}{dx}=f(\dfrac{k(ax+by)+c'}{ax+by+c}),$令$ax+by=u$,然后用变量分离得到 $\dfrac{du}{dx}=a+bf(\dfrac{ku+c'}{u+c})$ 3) 线形 $\dfrac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$ 方程的一般解为: $y=e^{-\int P(x)dx} \{\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx+C\}$ 4) 伯努利形 $\dfrac{dy}{dx}+P(x)dy=Q(x)y^n (n\neq 0,1$ 令$z=y^{1-n}$ 则有 $\dfrac{dz}{dx}+(1-n)P(x)z=(1-n)Q(x)$ 再参考3)线形方式求解即可 5) Riccati方程 $\dfrac{dy}{dx}=P(x)+Q(x)y+R(x)y^2$ 如果知道一个特解y_1的话,令$y=z+y_1$ 参考伯努利形式,得到 $\dfrac{dz}{dx}=\{Q(x)+2R(x)y_1\}z+R(x)z^2$