微积分主要知识点整理如下:

1.函数的极限

1) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{x}=1, \lim_{x\to \pm \infty}(1+\dfrac{1}{x})^x=e$ 2) $\lim_{x\to +\infty} \dfrac{x^n}{e^x}=0, \lim_{x\to +\infty} \dfrac{\log x}{x^{n+1}}=0 \quad (n=0,1,2,\dots)$

2.中值定理

如果函数f(x)在区间[a,b]是连续的，且$f(a)\neq f(b)$□则有f(x)在区间(a,b)上可以取遍f(a)与f(b)间的所有值。

3.有界性

在闭区间连续的函数，在区间上是有界的。

4.最大值，最小值定理

在闭区间连续的函数，在区间上一定有最大值和最小值。

5.微分

1）合成函数的微分 $y=f(t),t=g(x)□则有\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{dy}{dt}\cdot \dfrac{dt}{dx}$ 2) 含参函数的微分 $x=varphi(t),y=phi(t)□则有\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{dy}{dt}/\dfrac{dx}{dt}$ 3) 反函数的微分 $\dfrac{dx}{dy}=1/\dfrac{dy}{dx}$ 4) 对数微分法 对函数取对数后再微分 例□$y=x^x$ 求它的微分 $\log y=x\log x \\ \dfrac{y'}{y}=\log x+1\\ y'=y(\log x+1)=x^x(\log x+1)$

6.莱布尼茨定理 （用于求高阶导数）

$\dfrac{d^n}{dx^n} (f(x)g(x))=\sum_{k=0}^n C_n^kf^{(n-k)}(x)g^{(k)}(x)$

7.均值定理

如果f(x)在区间[a,b]上连续，在(a,b)上可导，则有$\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$,满足a<c<b的c一定存在

8.柯西均值定理

有f(x),g(x),在区间[a,b]上连续，在开区间(a,b)上可导，且在(a,b)区间上有$g'(x)\neq 0$ 则有$\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}=\dfrac{f'(c)}{g'(c)},满足a<c<b的c一定存在$

9.不定极限

不定极限有$\dfrac{0}{0},\dfrac{\infty}{\infty},0^{\infty},1^{\infty},\infty^0$等形式， 其中以于$\dfrac{0}{0}$型的极限，可以使用洛必达法则，上下求导计算 $\lim_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to x_0} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$

10.高阶无穷小

如果$\dfrac{f(x)}{g(x)}\to 0(x\to x_0),则有$f(x)=o(g(x))$

11.泰勒级数展开

$f(x)=f(a)+\dfrac{f'(a)}{1!}(x-a)+\dfrac{f''(a)}{2!}(x-a)^2+\dots +\dfrac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n+\dots$ 特别地，当a=0时，称为麦克劳林级数展开。

常用的泰勒级数展开有： $e^x=\sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{x^n}{n!}=1+\dfrac{x}{1!}+\dfrac{x^2}{2!}+\dots +\dfrac{x^n}{n!}+\dots (-\infty<x<\infty)$ $\cos x=1-\dfrac{x^2}{2!}+\dfrac{x^4}{4!}-\dots +(-1)^n\dfrac{x^{2n}}{(2n)!}+\dots (-\infty<x<\infty)$ $\sin x=x-\dfrac{x^3}{3!}+\dfrac{x^5}{5!}-\dots +(-1)^n\dfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+\dots (-\infty<x<\infty)$ $\log(x+1)=x-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^3}{3}-\dots +(-1)^{n-1}\dfrac{x^n}{n}+\dots (-1<x<1)$

12.积分法

1) $\int \dfrac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}=\arcsin \dfrac{x}{a}$ $\int \dfrac{dx}{x^2+a^2}=\dfrac{1}{a} \arctan \dfrac{x}{a}$ $\dfrac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}}=\log(x+\sqrt{x^2+a^2})$ 2) 如果在[a,b]上可积的函数f(x)的原函数为F(x),则有 $\int_a^b f(x)dx=[F(x)]_a^b =F(b)-F(a)$ 3) 部分积分法 $\int_a^b f'(x)g(x)dx=[f(x)g(x)]_a^b-\int_a^b f(x)g'(x)dx$ 4) 换元积分法 令$x=varphi(t)$,则$'int_a^b f(x)dx=\int_{\alpha}^{\beta} f(\varphi(t))\varphi'(t)dt (a=\varphi(t),b=\varphi(\beta))$

13.积分不等式

1） $|\int_a^b f(x)dx|\leq \int_a^b |f(x)|dx \quad (a<b)$ 2) 柯西-施瓦茨不等式,这个基本考不到 $(\int_a^b f(x)g(x)dx)^2 \leq (\int_a^b (f(x))^2 dx) \cdot (\int_a^b (g(x))^2dx)$
14.曲线长度 1) 曲线为含参形式：$x=\varphi(t),y=phi(t)(\alpha\leq t\leq \beta)$对应的曲线长度为 $\int_a^{\beta}\sqrt{\varphi'(t)^2+\phi'(t)^2}dt$ 2) 曲线为一般形式$y=f(x) (a\leq x\leq b)$：对应的曲线长度为$\int_a^b \sqrt{1+f'(x)^2}dx$ 3) 曲线为极坐标形式时$r=f(\theta) (\alpha\leq \theta\leq \beta)$时，对应的曲线长度为 $\int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{r^2+(\dfrac{dr}{d\theta})^2}d\theta$

15.三角函数相关的有理式积分

1) 万能公式 $\tan \dfrac{x}{2}=t, dx=\dfrac{2dt}{t^2+1}, \sin x=\dfrac{2t}{t^2+1},\cos x=\dfrac{1-t^2}{1+t^2}$ 2) 欧拉公式 由sin x和cos x组成的积分,使用欧拉公式统一为$e^{\pm ix}$的形式 $e^{ix}=\cos x+i\sin x, \cos x=\dfrac{e^{ix}+e^{-ix}}{2}, \sin x=\dfrac{e^{ix}-e^{-ix}}{2i}$ 特别地,双曲函数$coshx=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}, sinhx=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$

16.广义积分和特殊积分

1)在闭区间[a,b]内点c附近,函数f(x)不是有界函数,若 $\lim_{$\delta1\to +0}\inta^{c-\delta1} f(x)dx+\lim{\delta2\to +0}\int{c+\delta2}^b f(x)dx$ 存在的话,则称f(x)是可积的,上式的极限值称为广义积分. 2) $\int{-\infty}^b f(x)dx=\lim{x\to -\infty}\intx^b f(x)dx, \inta^{\infty}f(x)dx=\lim{x\to +\infty}\int_a^xf(x)dx$ 当积分的上限或下限为无穷大时,可以利用极限来求积分的值.