概率的主要知识点罗列如下:

1.排列与组合

1) n个不同的物品不重复地取出r个,排成一排,则对应的排法有 $P_n^r=\dfrac{n!}{(n-r)!}=n(n-1)\dots(n-r+1)$ 2) 排列数 $P_n^n=n(n-1)\dots 2\cdot 1=n!$ $P_n^0=1$ $P_0^0=1$ 3) n个不同的物品有重复地取出r个,则排列数为n^r 4) n个物品中,有n_1个a,n_2个b,n_3个c$\dots$,则这n个物品的排成一排,排列数为 $\dfrac{n!}{n_1!n_2!n_3!\dots}\quad(n_1+n_2+n_3+\dots =n)$ 5) n个不同的物品不重复地取出r个,这r个的组合数(不考虑顺序)为 $C_n^r=\dfrac{n(n-1)\dots(n-r+1}{1\cdot 2\dots r}=\dfrac{n!}{(n-r)!r!}$ 6) $C_n^n=1,C_n^0=1$ 7) n个不同的物事有重复地取出r个,组合数为 $C_{n+r-1}^r=\dfrac{n(n+1)\dots (n+r-1)}{r!}$

2.二项式定理

1) a,b是任意的数,n是正整数,则有 $(a+b)^n=\sum_{r=0}^n C_n^r a^{n-r}b^r=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+\dots C_n^nb^n$ 2) $a=1,b=x$时, 有$(1+x)^n=\sum_{r=0}^n C_n^r x^r=C_n^0+C_n^1 x+\dots +C_n^n x^n$ 3) α是任意实数,$|x|<1$时 $(1+x)^n=\sum_{r=0}^n C_{\alpha}^r x^r=C_{\alpha}^0+C_{\alpha}^1x+\dots +C_{\alpha}^rx^r+\dots$ $=1+\alpha x+\dfrac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2+\dots +\dfrac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-r+1)}{r!}x^r+\dots$ 4) $t_1,t_2,\dots,t_k$是任意的数,n和k是正整数 $(t_1+t_2+\dots+t_k)^n=\sum \dfrac{n!}{r_1!r_2!\dots r_k!}t_1^rt_2^r\dots t_n^r$ 这里$\sum 表示的是满足r_1+r_2+\dots +r_k=n$的所有$(r_1,\dots, r_k)$的组合

事件

全体事件,记为Ω, 空事件:$\emptyset$ 事件A的补记作A^c 和事件$A_1\cup A_2$, 交事件$A_1\cap A_2$, 互斥事件$A_1\cap A_2=\emptyset$

概率基本定理

1) $0\leq P(A)\leq 1$ 2) $P(\Omega)=1,P(\emptyset)=0$ 3) $P(A^c)=1-P(A)$ 4) $P(A_1\cup A_2)=P(A_1) + P(A_2)-P(A_1\cap A_2)$ 5) 如果A_1,A_2互斥,则有$P(A_1\cup A_2)=P(A_1)+P(A_2)$ 6) 扩展到n个事件$A_1,A_2,\dots, A_n$是互斥的,则有$P(A_1\cup A_2\cup \dots \cup A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\dots +P(A_k)$ (加法定理)

条件概率与独立性 1) 当$P(A_1)>0$时,$P(A_2|A_1)=\dfrac{P(A_1\cap A_2)}{P(A_1)}$ 这表示A_1发生的情况下,A_2发生的概率. 2) 如果$A_1和A_2$相互独立,在$P(A_1)>0$时,$P(A_2|A_1)=P(A_2)$ 3) 在$P(A_1)>0$时,$P(A_1\cap A_2)=P(A_1)P(A_2|A_1)=P(A_2)P(A_1|A_2)$ 4) 如果$A_1和A_2$相互独立,则有$P(A_1\cap A_2)=P(A_1)P(A_2)$ 5) 当$P(A_1\cap \dots \cap A_{n-1})>0$时,有$P(A_1\cap A_2\cap \dots \cap A_n)=P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1\cap A_2)\dots P(A_n|A_1\cap A_2\cap \dots \cap A_{n-1})$ 乘法定理 6) 如果$A_1,\dots, A_n$是均相互独立,则有$P(A_1\cap A_2\cap \dots \cap A_n)=P(A_1)\dots P(A_n)$